

Zuverlässigkeitstheoretisches Konzept für die verformungsorientierte Bemessung von Verbundträgern

Gregor Korpas und Karsten Geißler

Fachgebiet Entwerfen und Konstruieren – Stahlbau, Gustav Meyer-Allee 25, TU Berlin, Deutschland
E-Mail: wojciech.g.korpas@tu-berlin.de

ABSTRACT

Im folgenden Beitrag wird eine neue Methode zur probabilistischen Berechnung hybrider Träger mit starrer und nachgiebiger Verbundfuge vorgestellt. Im Speziellen werden dazu zunächst „klassische“ einfeldrige Verbundträger mit oben liegender Betonplatte und unten liegendem Stahlprofil und einer Verbundfuge mit Kopfbolzendübeln betrachtet. Dabei werden der Grenzzustand der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit unterschieden.

Zunächst wurde dazu ein Berechnungsalgorithmus entwickelt, um eine materialunabhängige, dehnungsbeschränkte und belastungsabhängige Spannungsverteilung im Gesamtquerschnitt zu bestimmen. Dabei wird die Nachgiebigkeit der Verbundfuge berücksichtigt. Es ist möglich, sowohl lineares als auch nichtlineares Materialverhalten zu berücksichtigen.

Aus der Nachgiebigkeit der Verbundfuge resultieren Spannungsumlagerungen im Gesamtquerschnitt und die Wichtung verlagert sich von einem Querschnittsteil auf den anderen. Dieser Effekt wird über eine Monte-Carlo-Berechnung für die Widerstandsseite mit streuenden Materialparametern erfasst und über eine systematische Parameterstudie ausgewertet. Die hier vorgestellten Untersuchungen werden in einem Gemeinschaftsprojekt mit dem Lehrstuhl für Stahlbau der TU Kaiserslautern bearbeitet und dankenswerterweise von der DFG finanziert.

1 Berechnungsalgorithmus zur Ermittlung der Beanspruchungen im Verbundträger

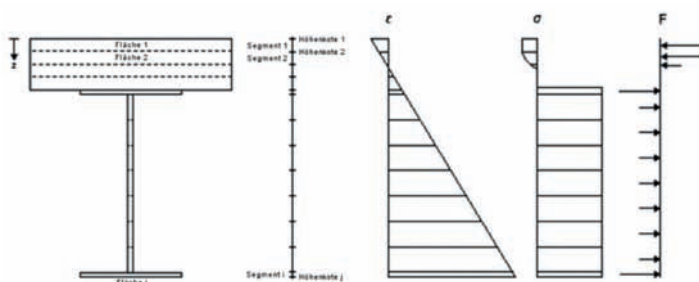


Abbildung 1: Diskretisierung des Trägers

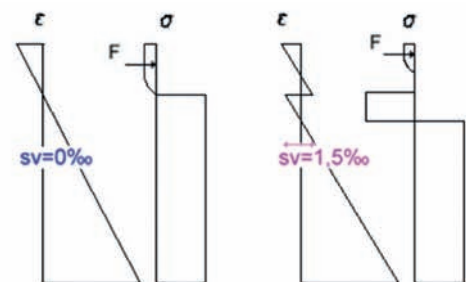


Abbildung 2: Dehnungs- und Spannungsverlauf ohne und mit Dehnungssprung in der Verbundfuge

Die detaillierte Erfassung des Beanspruchungszustandes von Verbundträgern mit nachgiebiger Verbundfuge ist mit den herkömmlichen Methoden (z.B. in geschlossener Form) bei freier Definition der einzelnen Materialeigenschaften kaum sinnvoll möglich. Mit Hilfe der Software Matlab wurde deshalb zunächst ein allgemeingültiger Algorithmus zur Berechnung von Verbundträgern entwickelt. Dieser basiert grundsätzlich auf Momenten-Krümmungs-Beziehungen auf Querschnittsebene sowie dem Kräftegleichgewicht in der Verbundfuge auf Trägerebene. In Tabelle 1 ist ein Überblick zum Berechnungsalgorithmus gegeben, danach wird auf die Berechnung des Beanspruchungszustandes am Verbundträger näher eingegangen.

Tabelle 1: Berechnungsalgorithmus zur Ermittlung der Beanspruchungen im Verbundträger

Bestimmung der Betondruckkraft aus Verformung der Verbundmittel	Bestimmung der Betongurkraft aus dem Dehnungssprung in der Verbundfuge und einwirkendem Moment
Die Endverformung δ_i der Dübel wird von 0 bis δ_{max} variiert	Die Dehnungssprünge s_v in der Momenten-Betongurkraft-Schlupf-Beziehung werden variiert
<ol style="list-style-type: none"> ① Der Verlauf der horizontalen Verformung in der Verbundfuge für eine Endverformung δ_i wird bestimmt ② In Segmentmitte wird die zur Verformung zugehörige Kraft aus Dübelkennlinien bestimmt ③ Die Dübelkräfte werden (kumuliert) aufsummiert und an den Segmentenden als Betongurkraft aufgetragen 	<ol style="list-style-type: none"> ① Auf den Träger wird eine Gleichstreckenlast aufgebracht und das Moment an den Segmentenden berechnet ② Aus der Momenten-Betongurkraft-Schlupf-Beziehung für einen Dehnungssprung s_v wird die für das Moment an den Segmentenden passende Betongurkraft übertragen
Die Betongurkräfte in Feldmitte und die aus den Verformungen berechneten Dehnungssprünge werden gespeichert	Die Betongurkräfte in Feldmitte und die Dehnungen in der Verbundfuge werden gespeichert
Die Betongurkräfte aus beiden Betrachtungen werden verglichen. Der Gleichgewichtszustand ist erreicht an dem Punkt, wo sich beide Geraden treffen (Abb.7) (identischer Dehnungssprung in der Verbundfuge bei gleicher Betongurkraft).	

Für die Berechnung auf Querschnittsebene wird der Verbundträgerquerschnitt diskretisiert, s. Abb. 1. Je nach gewünschtem Genauigkeitsgrad lassen sich die einzelnen Komponenten (Betongurt, Stahlprofilflansche und Stahlprofilsteg) in einzelne Segmente unterteilen. Dabei besitzt jedes Segment über eine obere und eine untere Höhenkote. An diesen Stellen wird für eine vorgegebene Krümmung der Dehnungsverlauf berechnet. Aus den Dehnungen lassen sich über Materialeigenschaften die Spannungen ableiten. Anschließend werden die resultierenden Kräfte mit den zugehörigen Hebelarmen bestimmt. Wenn die Bedingung des Kräftegleichgewichtes im Querschnitt erfüllt ist, werden die dazugehörigen inneren Momente, der Spannungs- und Dehnungsverlauf, die Krümmung sowie die dazugehörige Kraft im Betongurt gespeichert. Für die Erfassung einer nachgiebigen Verbundfuge wird dieses Verfahren für mehrere mögliche Dehnungssprünge s_v zwischen Betongurt und Stahlprofil angewandt (Abb. 2).

Hieraus lassen sich u. a. die folgenden Beziehungen auf der Querschnittsebene ableiten:

Momenten-Krümmungs-Beziehung

Zunächst wird eine Schar von Momenten-Krümmungs-Beziehungen für einen Verbundträger mit jeweils unterschiedlichem Dehnungssprung s_v in der Fuge zwischen Betongurt und Stahlprofil berechnet, s. beispielhaft Abbildung 3. Der Dehnungssprung wird zwischen 0 und 2,5% variiert. Bei einem großen Dehnungssprung ist zu erkennen, dass zunächst allein das Stahlprofil für den Lastabtrag aktiviert wird. Die Berechnung erfolgt dehnungsbegrenzt.

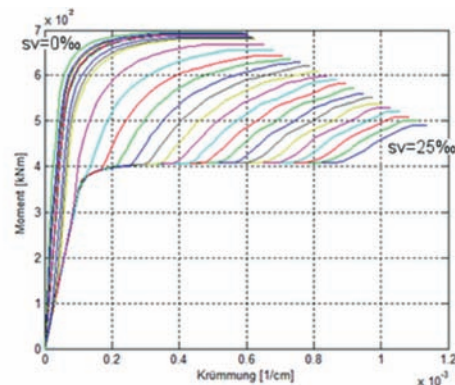


Abbildung 3: $\kappa_{M-s_v}(M, s_v)$

Momenten-Betongurkraft-Beziehung

Um den Spannungszustand im Verbundquerschnitt mit nachgiebiger Verbundfuge zu bestimmen, ist die Beziehung zwischen dem Moment und der – bei einem bestimmten Dehnungssprung in der Verbundfuge wirkenden – Kraft im Betongurt $F_{C-M-s_v}(M, s_v)$ notwendig. In Abbildung 4 ist zu erkennen, dass bei einem großen Dehnungssprung die Betonkraft erst ab einem bestimmten Moment aktiviert wird. Das Grenzmoment ist in diesem Fall ebenfalls früher erreicht.

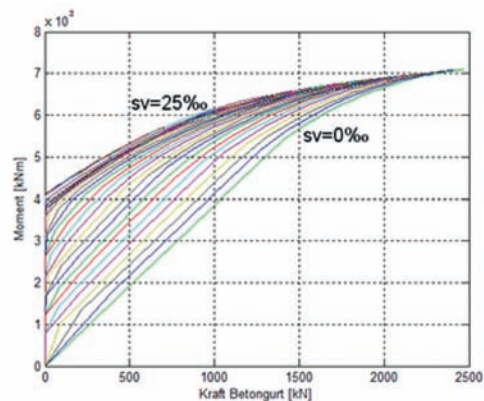


Abbildung 4 $F_{C-M-s_v}(M, s_v)$

Momenten-Steifigkeits-Beziehung

Mit Hilfe der Momenten-Krümmungs-Beziehung lassen sich die Steifigkeiten über die Beziehung $EI = \frac{M}{\kappa}$ ableiten. Sie werden in einer Matrix $EI_{c-M-sv}(M,sv)$ gespeichert. Diese werden benötigt, um für eine bestimmte Belastung und einen Dehnungssprung in der Fuge die Verformungen des Trägers berechnen zu können.

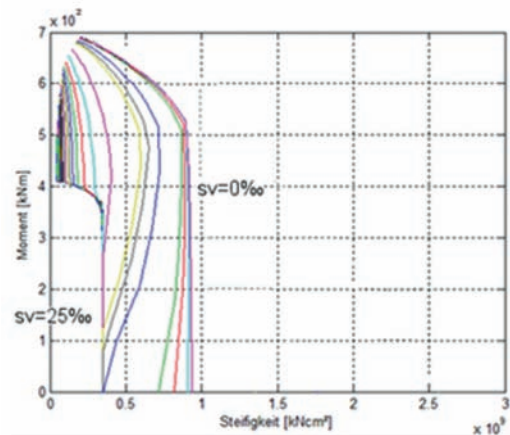


Abbildung 5 $EI_{c-M-sv}(M,sv)$

Auf der Trägerebene wird zunächst das Kräftegleichgewicht in der Verbundfuge ermittelt. Die Kraft im Betongurt aus einer Spannungsverteilung für ein bestimmtes Moment (s. Abb. 4) muss mit der kumulierten Summe der in den Verbundmitteln wirkenden Kräften übereinstimmen. Hierfür wird der Träger in Längsrichtung in mehrere Segmente unterteilt. An jedem Segment wirkt ein Moment als Einwirkung. Es wird eine erste Annahme über die Form der horizontalen Verschiebung der Verbundfuge getroffen. Aus der Verschiebung an jedem Segment lässt sich über die Dübelkennlinien (Abb. 6) auf die übertragene Kraft schließen. Nun wird die Größe der Verschiebung solange variiert, bis sich ein Kräftegleichgewicht ergibt. Dies ist erfüllt, wenn die Betongurkraft (aus der übertragenen Kraft der Verbindungsmittel) mit der Momenten-Betongurkraft-Beziehung bei zugehörigem Dehnungssprung s_v übereinstimmt. In Abbildung 7 ist die Bestimmung des Gleichgewichtes beispielhaft dargestellt.

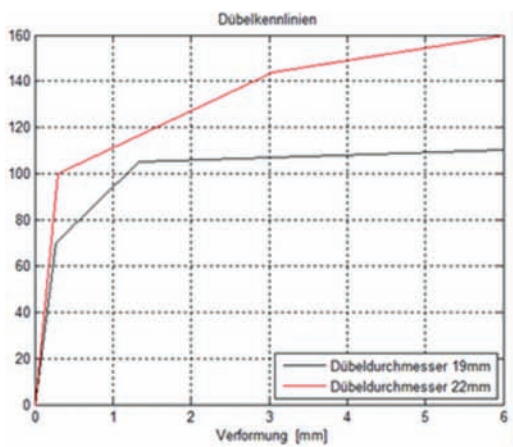


Abbildung 6: Verschiedene Dübelkennlinien

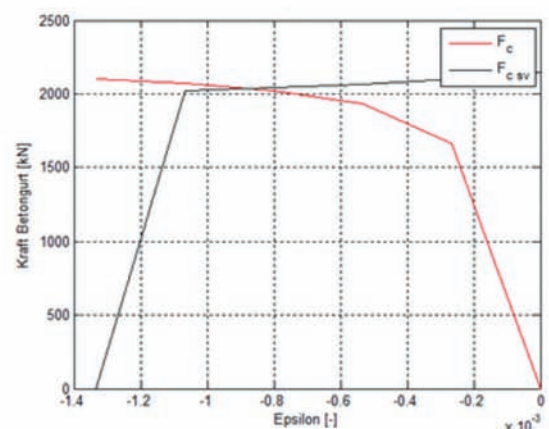


Abbildung 7: Bestimmung des Kräftegleichgewichtes auf Trägerebene

2 Experimentelle Untersuchungen

Zur Verifizierung des Berechnungsalgorithmus werden Bauteilversuche in 2 Chargen durchgeführt, s. Tabelle 2. Um das Verhalten bei einer nachgiebigen Verbundfuge zu erfassen, werden pro Charge jeweils Versuchsträger mit voller, mittlerer und minimaler Verdübelung hergestellt. Bei der ersten Charge werden die Trägerparameter so gewählt, dass die Spannungsnulllinie bei vollständiger Verdübelung nahe der Verbundfuge liegt. Die zweite Charge besitzt dagegen eine stärkere Betonplatte, wodurch sich die Spannungsnulllinie bei vollständiger Verdübelung im oberen Bereich der Betonplatte ausbildet.

Unverzichtbare Standardwerke – jetzt beim Bundesanzeiger Verlag!



Bestellen können Sie unter:
www.bundesanzeiger-verlag.de

Tabelle 2: Zusammenstellung der Versuchsträger

Charge 1			
Trägerlänge [m]	6	Stahlquerschnitt	HEB 400 S235
Betongurt Breite [cm]	150	KBD	d22/100
Betongurt Höhe [cm]	14	Bewehrung	B500B
Betongüte	30/37	Verdübelung [%]	100,70,40
Charge 2			
Trägerlänge [m]	10	Stahlquerschnitt	IPE 400 S235
Betongurt Breite [cm]	150	KBD	d22/100
Betongurt Höhe [cm]	14	Bewehrung	B500B
Betongüte	50/60	Verdübelung [%]	100,70,40

Es werden ca. 70 Messstellen angeordnet. Dabei werden DMS verwendet, um den Dehnungszustand im Stahlquerschnitt, dem Betongurt und der Längsbewehrung des Betongurts zu erfassen. Induktive Wegaufnehmer messen die vertikale Trägerverformung in Feldmitte sowie die horizontale Verschiebung zwischen Betongurt und Stahlquerschnitt. Zunächst werden die Einflüsse aus dem Betonschwinden beim Verfestigungsvorgang betrachtet. Nach Erhärtung (28 Tage) wird ein Dreipunkt-Biegeversuch durchgeführt. Die Versuchsbelastung wird schrittweise bis zum Bauteilversagen erhöht.

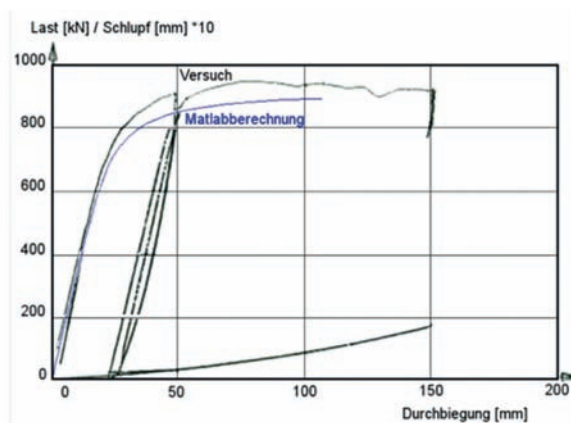


Abbildung 8 Vergleich von Last-Durchbiegungs-Kurven aus Versuch und Matlab-Berechnung [Bode 1992]

3 Probabilistische Untersuchungen für den Verbundträger mit nachgiebiger Fuge

3.1 Sensitivitätsanalyse der wesentlichen Einflussparameter

Die probabilistischen Berechnungen werden aufgrund der Nichtlinearität mit Hilfe der Monte-Carlo-Simulation durchgeführt. Bevor diese – hier sehr zeitintensiven – Monte-Carlo-Simulationen durchgeführt werden, können mit Hilfe einer Sensitivitätsanalyse Wichtungsfaktoren α für die einzelnen Materialparameter abgeschätzt werden. Hierfür wird jeweils eine Größe variiert und der Einfluss auf das Ergebnis betrachtet. Anschließend kann man abschätzen, welche Parameter den größten Einfluss auf das Ergebnis haben und hieraus Wichtungsfaktoren ableiten. Dabei werden auf der Abszisse die relative Änderung der betrachteten Größe und auf der Ordinate das Ergebnis (z.B. Grenzmoment) aufgetragen. Als Indiz für den Einfluss gilt dabei die Steigung, s. Abb. 9 und 10. Die wesentlichen Größen sind hier die Stahlfestigkeit, die Betonfestigkeit und die Dübelgrenzkraft. Als Referenzträger wurde ein Verbundträger mit einer Betonplatte der Güte C 30/37 (Breite 50 cm und Höhe 30 cm) und einem Stahlquerschnitt HEB 400 der Güte S 235 gewählt. In Abb. 9 wurde volle Verdübelung gewählt. Dagegen ist für Abb. 10 die Analyse mit einem deutlich größeren Dübelabstand geführt worden. In beiden Grafiken lässt sich der große Einfluss der Stahlfestigkeit erkennen.

Bei geringerem Verdübelungsgrad steigt die Wichtigkeit der Dübelgrenzkraft. Dafür fällt die Bedeutung der Betonfestigkeit stetig ab (Abb. 11).

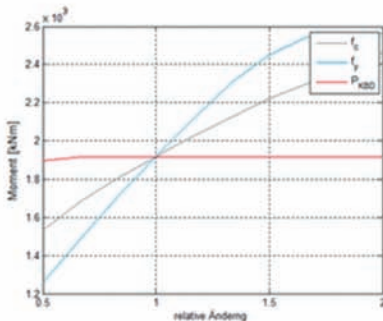


Abbildung 9: Einfluss der Veränderung der Variablen bei 50 Dübel pro Meter

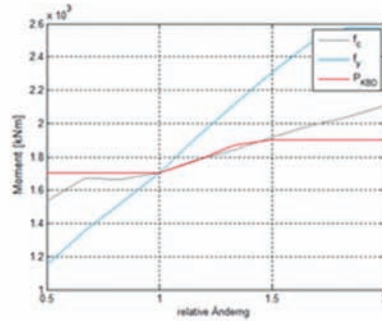


Abbildung 10: Einfluss der Veränderung der Variablen bei 10 Dübel pro Meter

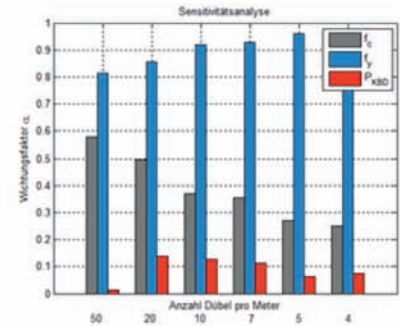


Abbildung 11: Wichtigkeitsfaktoren für veränderlichen Dübelabstand

3.2 Bemessungswerte für den Verbundträger mit nachgiebiger Fuge

Sowohl die Einwirkungen als auch die Widerstandsgrößen unterliegen Streuungen. Deshalb werden die Bauteilsicherheiten mit Hilfe stochastischer Modelle beschrieben. Die dreidimensionale Dichtefunktion, zusammengesetzt aus den Dichtefunktionen der Einwirkung und des Widerstandes, wird in zwei Bereiche geteilt, den Überlebensbereich und den Versagensbereich. Getrennt werden diese Bereiche durch die Grenz Zustandsgleichung. Die Versagenswahrscheinlichkeit entspricht dem Volumen des Versagensbereiches der dreidimensionalen Dichtefunktion.

Die Verteilungsfunktion des Widerstandes eines Verbundträgers ist bei detaillierter Betrachtung – siehe vorherige Abschnitte – sehr komplex. Für die Bestimmung der Verteilungsfunktion des Widerstandes werden zunächst die einzelnen streuenden Parameter zufällig erzeugt. Diese folgen dabei bestimmten Verteilungen und Variationen. Dabei sind die verwendeten Parameter eines Materials stochastisch voneinander abhängig und lassen sich über eine Kohärenzmatrix festlegen. Anschließend werden mit dem zuvor beschriebenen Algorithmus für die zufälligen Parameterkombinationen die Berechnungen durchgeführt. Es ergibt sich eine Schar von Last-Verformungs-Kurven für die einzelnen Parameterkombinationen.

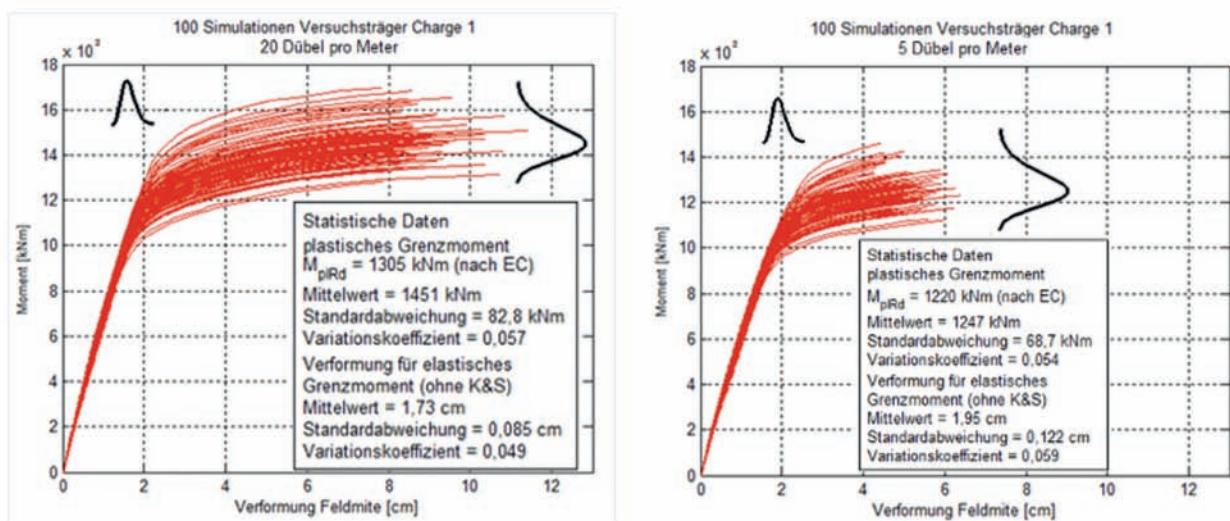


Abbildung 12: Schar von Last-Verformungs-Kurven für einen Verbundträger

Wie für das Beispiel (siehe Tabelle 2, Charge 1) in Abbildung 12 zu erkennen ist, können diese jetzt auf verschiedenen Verformungs- und/oder Lastniveaus probabilistisch ausgewertet werden (d.h. im GZT oder im GZG). Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit erhält man eine Verteilung der Grenzmomente bei maximaler Ausnutzung der Materialparameter. Bei dem Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist jedoch die Streuung der Verformungen, bei Einhalten elastischer Materialgrenzen, für die Bemessung relevant. Bei den oben dargestellten Last-Verformungs-Kurven sind die Verteilungen der Grenzzustände schematisch beigefügt.

Anschließend wird eine Verteilung für die Einwirkung mit fester Form (z.B. Extremwertverteilung) und festem Variationskoeffizienten gewählt. Über eine Iteration wird der Mittelwert der Einwirkung so lange verändert, bis der Versagensbereich der zusammengesetzten Dichtefunktion der geforderten Versagenswahrscheinlichkeit entspricht und anschließend der Bemessungspunkt bestimmt. Für die Bestimmung der Bemessungswerte der Materialparameter wird zunächst ein enger Bereich um den Bemessungspunkt in der Verteilung des Widerstandes gewählt. Man erhält eine große Anzahl von Parameterkombinationen, welche den geforderten Wert ergeben. Aus der Kombination mit der höchsten Eintretenswahrscheinlichkeit werden die Bemessungswerte für die Materialien abgeleitet. In der Abbildung 13 ist ein Auszug aus der zufälligen Kombination der verwendeten Parameter und dem sich jeweils ergebendem Grenzmoment dargestellt.

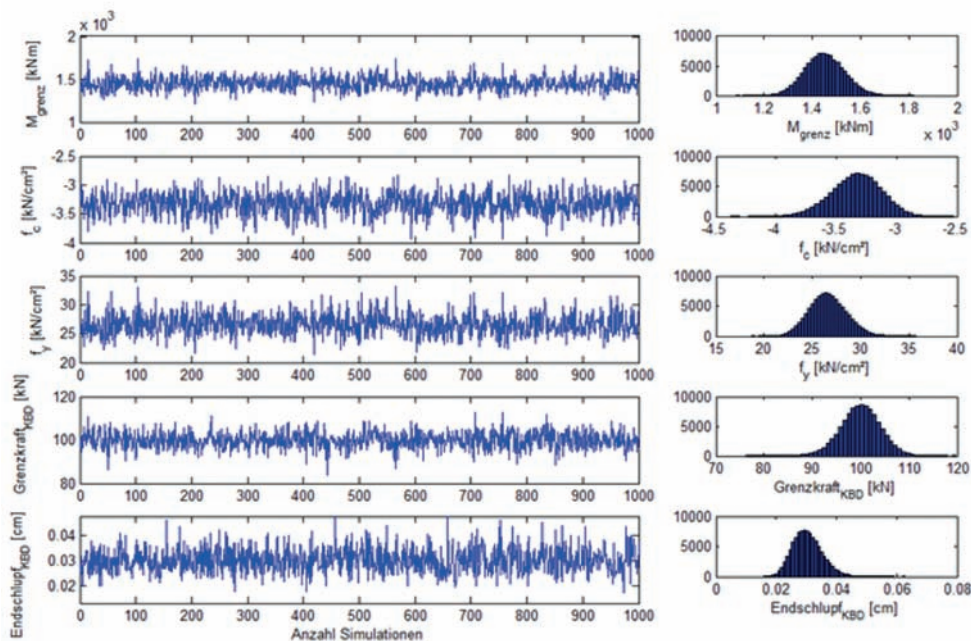


Abbildung 13: Ausschnitt aus zufälligen Kombinationen der Variablen, zugehörige Histogramme (Charge 1 mit 20 Dübel pro Meter)

4 Literatur

Spaethe, G. (1992), Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen, 2. Auflage, Springer-Verlag New York

Fischer, A. (2010), Bestimmung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte zur semiprobabilistischen Bemessung von Stahlbetonkonstruktionen im Bestand, Dissertation, Technische Universität Kaiserslautern

Joint Committee on Structural Safety (JCSS), (2000), Probabilistic Model Code I-III, RILEM Publications S.A.R.L.

DIN EN 1994-1-1:2004 Eurocode 4, (2004), Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton

Bode, H (1992), „Zur Verdübelung von Verbundkonstruktionen“, *Der Prüfenieur*, September 1992, S. 52